~~KMI/UKFP PŘEDNÁŠKA 9 27.11.2017~~

Poznámky k parciálním funkcím (dokr.)*

- V λ-kalkulu jde neexistující hodnotu modelovat různě. Nabízí se použít výrazy bez normální formy (... nekonečný výpočet). V tom jsou ale nejméně dva problémy:

1. Kompozice funkcí: je-li φ λ-definována termem $F = K\ulcorner 0 \urcorner$ (tedy $\varphi(n) = 0$ p.k. n) a ψ termem $G = K\Omega$, není $\psi(n)$ definována pro žádné n. ~~Ale~~ Kompozice $\varphi \circ \psi$ by tedy také neměla být definována pro žádné n, avšak $\lambda x.F(Gx)$ tuto kompozici nedefinuje (ověřte)

2. Teorie λ s přidaným axiomem

„Jestliže M a N nemají nf, pak M=N"

je nekonzistentní: $M \equiv \lambda x.xK\Omega$ a $N \equiv \lambda x.xS\Omega$ z dokazatelnosti $M = N$ plyne $MK = NK$. Avšak $MK = K$ a $NK = S$, ale, jak víme $K \# S$.

Proto se k reprezentaci neexistující hodnoty v λ-kalkulu používají jiné termy, a to termy, které nemají hlavovou normální formu nebo ~~(ekvivalentně)~~ neřešitelné termy

* nebylo odpřednášeno

Hlavová normální forma:

$$\lambda x_1 \dots x_n . x M_1 \dots M_m \qquad m, n \geq 0 .$$

Příklady hnf:

$$x M, \ \lambda x.x, \ \lambda xy.x, \ \lambda xy.x((\lambda z.z)y), \ \lambda y.z$$

Term $M \in \Lambda^0$ je <u>řešitelný</u>, když existují termy $N_1, \dots, N_n \in \Lambda$ tak, že

$$M N_1 \dots N_n = I .$$

Term $M \in \Lambda$ je <u>řešitelný</u>, když jeho uzávěr je řešitelný (uzávěr: $\lambda \vec{x}.M$, kde $\{\vec{x}\} = FV(M)$).

Term je <u>neřešitelný</u>, když není řešitelný.

Platí: $M \in \Lambda$ je neřešitelný právě když nemá hnf.